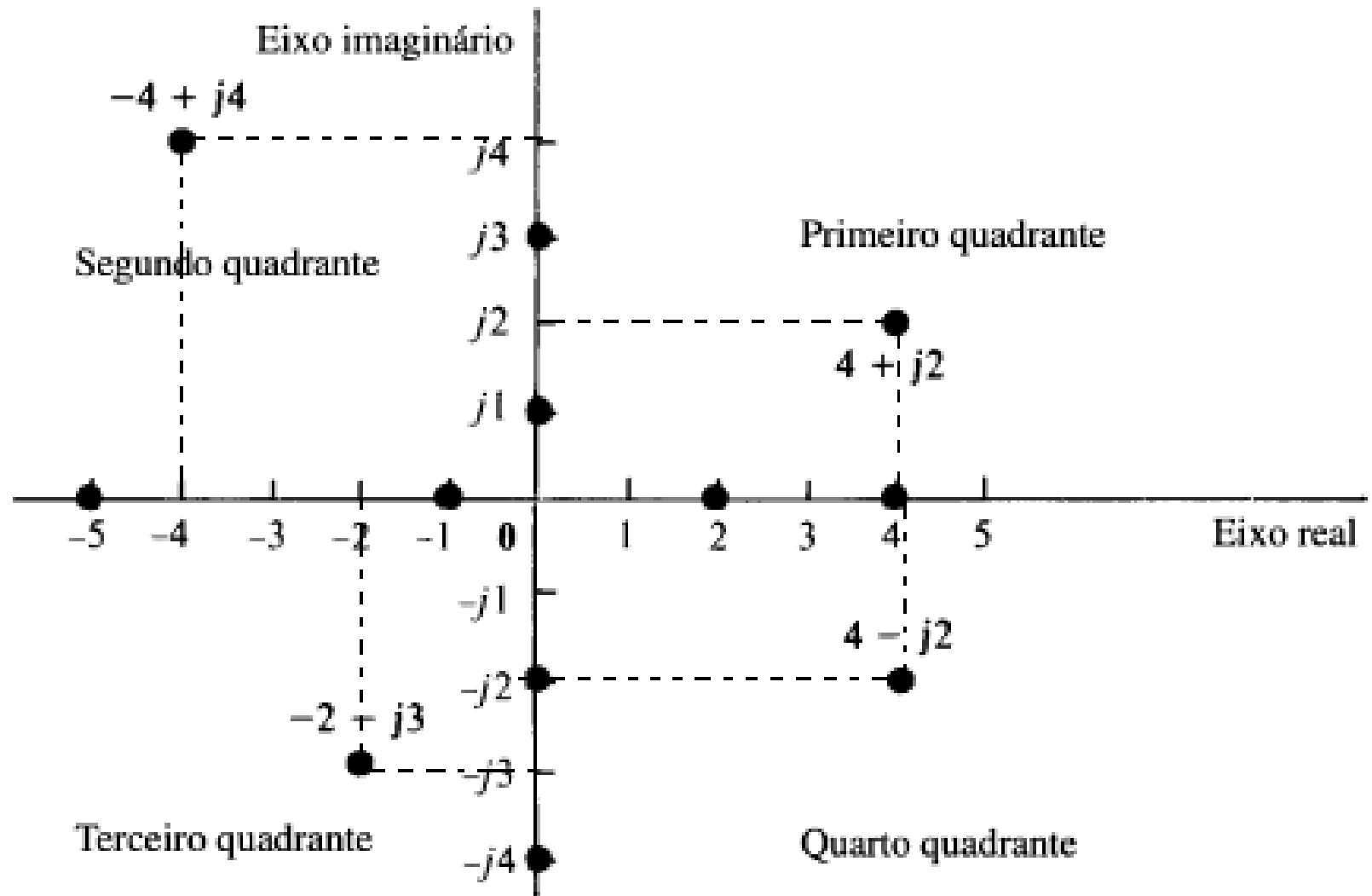


Revisão de Números Complexos

Forma Retangular



Para somar ou subtrair números imaginários é igual aos reais

$$j3 + j9 = j12$$

$$j12,5 - j3,4 = j9,1$$

$$j6,25 - j8,4 = -j2,15$$

Multiplicação

$$j2 \cdot j6 = -12$$

$$-j5,1 \cdot 4 = -j20,4$$

$$j4 \cdot -j3 = 12$$

$$3 \cdot j5 = j15$$

$$-j5 \cdot -j4 = -20$$

Exemplo:

$$j1^4 =$$

$$j1 \cdot j1 = -1$$

$$-1 \cdot j1 = -j1$$

$$-j1 \cdot j1 = 1$$

Divisão

$$\frac{j8}{j4} = 2$$

$$\frac{j16}{4} = j4$$

$$\frac{1}{j1} = -j1$$

$$\frac{j20}{-j100} = -0,2$$

$$\frac{j2,4}{-0,6} = j4$$

$$\frac{-100}{j20} = j5$$

$$\frac{-100 \cdot j1}{j20 \cdot j1} = \frac{-j100}{-20} = j5$$

Exercícios:

$$3 + j4 - j10 + 4 + 6 + j9 = 13 + j3$$

$$3 + j2 - 5 + j7 + 6 - j5 + 4 - j3 = 8 + j1$$

$$3 + j4 + 4,13 + j8,11 - 5,52 + j4,63 = \\ = 1,61 + j16,74$$

$$-14,21 + j14,21 + 36,8 + j28,75 + 15,38 + j31,66 = \\ = 37,97 + j74,62$$

Na divisão de números complexos na forma retangular, deve-se primeiramente multiplicar o numerador e o denominador pelo conjugado do denominador, a fim de se eliminar o imaginário do denominador.

Exemplo:

$$\frac{5+j3}{4+j5} \cdot \frac{4-j5}{4-j5} = \frac{20-j25+j12+15}{16-j20+j20+25} = \frac{35-j13}{41} = 0,85 - j0,31$$

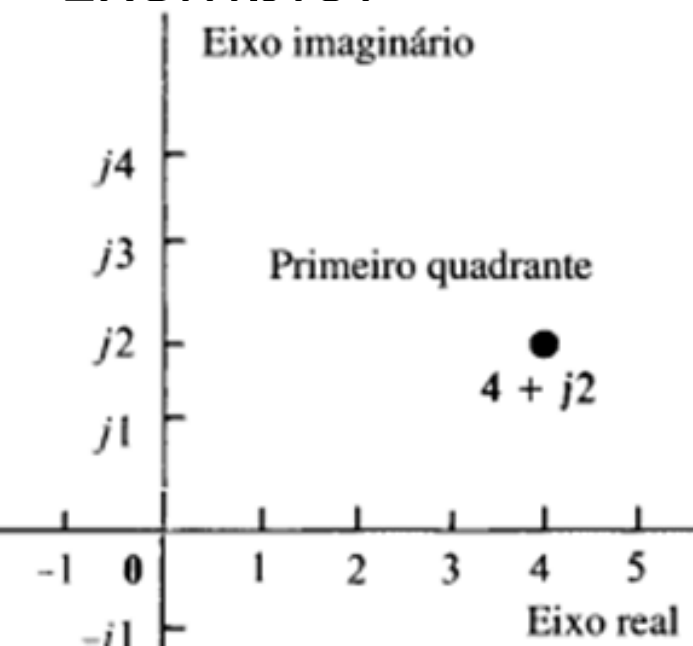
Exercício:

$$\frac{2+j4}{3-j6} \cdot \frac{3+j6}{3+j6} = \frac{6+j12+j12-24}{9+j18-j18+36} = \frac{-18+j24}{45} = -0,4 + j0,53$$

Forma Polar

Na forma polar é melhor maneira de se multiplicar e dividir números complexos. Basta um conhecimento de trigonometria para se entender a conversão.

Exemplo:



$$\text{tga} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{2}{4} = 0,5$$

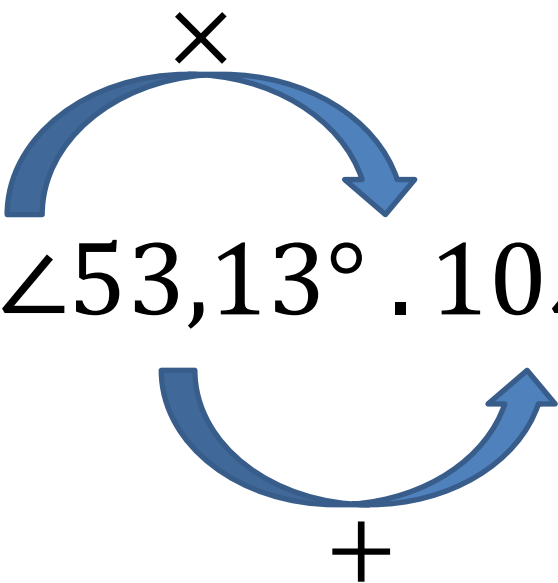
$$\arctg 0,5 = 26,56^{\circ}$$

$$\text{sen}\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \text{sen } 26,57^{\circ} = \frac{2}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{hipotenusa} = \frac{2}{\text{sen } 26,57^{\circ}} = \frac{2}{0,45} = 4,45$$

$$\text{Forma polar} = 4,45 \angle 26,57^{\circ}$$

Multiplicação na forma polar


$$3 + j4 \cdot 6 + j8 = 5\angle 53,13^\circ \cdot 10\angle 53,13^\circ =$$
$$= 50\angle 106,26^\circ = -14 + j48$$

Divisão na forma polar

$$\frac{6 + j8}{3 + j4} = \div \left(\frac{10 \angle 53,13}{5 \angle 53,13} \right) -$$

$$= 2 \angle 0^0 = 2 + j0$$

Então: a fim de simplificar os cálculos, para se somar ou subtrair números complexos deve-se usar a forma retangular; para se multiplicar e dividir números complexos deve-se usar a forma polar

Exercícios

Resolver, indicando o resultado na forma retangular:

$$\frac{5 + j3}{4 + j5} = \frac{5,83 \angle 30,96^\circ}{6,40 \angle 51,34^\circ} = 0,91 \angle -20,38^\circ = 0,85 - j0,31$$

$$\frac{2 + j4}{3 - j6} = \frac{4,47 \angle 63,43^\circ}{6,70 \angle -63,53^\circ} = 0,67 \angle 126,96^\circ = -0,40 + j0,53$$

$$\begin{aligned} 200 + j15 \cdot 15 + j3 &= 200,56 \angle 4,29^\circ \cdot 15,29 \angle 11,31^\circ = \\ &= 3,07k \angle 15,60^\circ = 2,96k + j825,58 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 76 + j9 \cdot 7 + j4 &= 76,53 \angle 6,75^\circ \cdot 8,06 \angle 29,74^\circ = \\ &= 616,83 \angle 36,49^\circ = 495,91 + j366,82 \end{aligned}$$